

Öğrenci No : .....

Adı, Soyadı : .....

Aşağıdaki soruların cevaplarını boşluklara yazınız.

1.  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sin(\ln x) - \left| \ln \left( \sin \frac{\pi}{2} x \right) \right|^{1/2}}{x-1}$  limitini

hesaplayınız. (20P)

$\frac{0}{0}$  belirsizliği vardır.

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sin(\ln x) - \left| \ln \left( \sin \frac{\pi}{2} x \right) \right|^{1/2}}{x-1}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 1} \left[ \frac{1}{x} \cos(\ln x) - \frac{1}{2} \left| \ln \left( \sin \frac{\pi}{2} x \right) \right|^{-1/2} \right]$$

$$\left[ \frac{\pi}{2} \frac{\cos \frac{\pi}{2} x}{\sin \frac{\pi}{2} x} \right]$$

$$= \lim_{x \rightarrow 1} \left[ \frac{1}{x} \cos(\ln x) - \frac{\pi}{4} \left| \frac{\cotg \frac{\pi}{2} x}{\left[ \ln \left( \sin \frac{\pi}{2} x \right) \right]^{1/2}} \right| \right]$$

$$= 1 - \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\pi}{4} \left| \frac{\cotg \frac{\pi}{2} x}{\left[ \ln \left( \sin \frac{\pi}{2} x \right) \right]^{1/2}} \right|$$

$$\lim_{x \rightarrow 1} \left| \frac{\cotg \frac{\pi}{2} x}{\left[ \ln \left( \sin \frac{\pi}{2} x \right) \right]^{1/2}} \right| = \lim_{x \rightarrow 1} \left| \frac{-\frac{\pi}{2} \operatorname{cosec}^2 \frac{\pi}{2} x}{\frac{\pi}{4} \left[ \ln \left( \sin \frac{\pi}{2} x \right) \right]^{1/2}} \right|$$

$$= \sqrt{2}$$

elde edilir ki yerine konursa:

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sin(\ln x) - \left| \ln \left( \sin \frac{\pi}{2} x \right) \right|^{1/2}}{x-1}$$

$$= 1 - \frac{\pi}{4} \sqrt{2}$$

bulunur.

2.  $a, b, c, d$  yi o şekilde belirtiniz ki  $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$  eğrisi  $(2,3)$  noktasında  $12x - y - 21 = 0$  doğrusuna ve  $(1,-3)$  noktasında  $x - y - 4 = 0$  doğrusuna teğet olsun. (20P)

Eğri  $(2,3)$  noktasında  $12x - y - 21 = 0$  doğrusuna teğet ve  $(1,-3)$  noktasında  $x - y - 4 = 0$  doğrusuna teğet olduğuna göre bu noktalarda türevin değerleri teğet doğruların eğimlerine eşit olmalıdır:

$12x - y - 21 = 0$  doğrusunun eğimi 12 ve  $x - y - 4 = 0$  doğrusunun eğimi 1 ve

$y' = 3ax^2 + 2bx + c$  olduğuna göre

$$12 = 12a + 4b + c$$

$$1 = 3a + 2b + c$$

dir. Eğri  $(2,3)$  ve  $(1,-3)$  noktalarından geçtiğine göre

$$3 = 8a + 4b + 2c + d$$

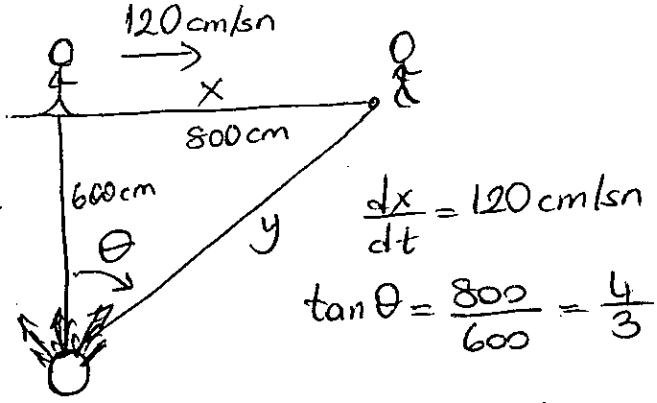
$$-3 = a + b + c + d$$

dir. Bu denklemlerden de

$$a = 1, b = 1, c = -4 \text{ ve } d = -1$$

bulunur.

3. Bir adam düz bir yolda  $120 \text{ cm/sn}$  hızla yürüyor. Bir ışıldak yoldan  $600 \text{ cm}$  uzağa bir yere yerleştiriliyor ve adama odaklanıyor. Adam yolun üzerindeki ışıldığa en yakın noktadan  $800 \text{ cm}$  uzakta olduğunda ışıldığın dönme hızı ne olur?



$$\frac{dx}{dt} = 120 \text{ cm/sn}$$

$$\tan \theta = \frac{800}{600} = \frac{4}{3}$$

$$\tan \theta = \frac{x}{600}$$

$$(1 + \tan^2 \theta) \frac{d\theta}{dt} = \frac{1}{600} \frac{dx}{dt}$$

$$\left(1 + \frac{16}{9}\right) \frac{d\theta}{dt} = \frac{1}{600} \cdot 120$$

$$\frac{d\theta}{dt} = \frac{9}{125} \text{ cm/sn}$$

4.  $300 \text{ m}^3$  su alacak silindirik şekilde ağzı açık bir su deposu yaptırılacaktır. Bu deponun tabanında kullanılacak malzemenin metre karesi yanal yüz için kullanılacak malzemenin iki katı fiyatta olduğuna göre deponun en ucuza mal edilebilmesi için boyutları nasıl seçilmelidir? (20 P)

Deponun taban yarı çapı  $r$ , yüksekliği  $h$  ve yanal yüz için kullanılacak malzemenin metre karesi  $a$  lira olsun. Bu takdirde:

$$V = \pi r^2 h = 300$$

$$\text{Tabanın maliyeti} = \pi r^2 2a$$

$$\text{Yanal yüzün maliyeti} = 2\pi r h a$$

Deponun maliyeti:

$$A = 2\pi r^2 a + 2\pi r h a$$

$$\text{ve } h = \frac{300}{\pi r^2} \text{ olarak alınırsa}$$

$$A = 2\pi r^2 a + 2\pi r \frac{300}{\pi r^2} a$$

$$A' = 4\pi r a + \left(-\frac{600}{r^2}\right) \cdot a$$

$$= \frac{4\pi a r^3 - 600a}{r^2} = 0$$

$$\Rightarrow r = \sqrt[3]{\frac{150}{\pi}}$$

$$h = \frac{300}{\pi r^2} = \frac{300}{\pi} \sqrt[3]{\frac{\pi^2}{150^2}}$$

$$= 2 \sqrt[3]{\frac{150}{\pi}} = 2r$$

dir.

5.  $f(x) = \frac{4x^2 - 9x + 2}{x-1}$  fonksiyonunun deęişim tablosunu yaparak grafięini iziniz. (20P)

1) T.K. =  $\mathbb{R} - \{1\}$

2)  $x=0 \Rightarrow y=-2$

$y=0 \Rightarrow x = \frac{1}{4} \vee x=2$

3) Asimptotlar:

$x=1$  deęrusu dizey asimptottur.

( $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = \mp \infty$  olur.)

$$\begin{array}{r|l} 4x^2 - 9x + 2 & x-1 \\ -4x^2 + 4x & 4x-5 \\ \hline -5x + 2 & \\ +5x + 5 & \\ \hline -3 & \end{array}$$

$y = 4x - 5 - \frac{3}{x-1}$

ise  $g(x) = 4x - 5$  eğik asimptottur.

4)  $f' = \frac{(8x-9)(x-1) - (4x^2-9x+2)}{(x-1)^2}$

$= \frac{8x^2 - 17x + 9 - 4x^2 + 9x - 2}{(x-1)^2}$

$= \frac{4x^2 - 8x + 7}{(x-1)^2} = 0 \Rightarrow$  Reel kök yok

5)

	$-\infty$	0	$\frac{1}{4}$	1	2	$\infty$
$f'$	+	+	+	+	+	+
$f$	$g(x) \rightarrow -\infty$	$-2$	$0$	$\infty$	$0$	$g(x) \rightarrow \infty$

6)

